Głównymi podręcznikami do wykładu są:

- R.Rudnicki, *Wykłady z analizy matematycznej*, PWN, Warszawa, 2001.
- M.Gewert, Z.Skoczylas, *Analiza matematyczna 2*, CiS, Wrocław, 2000.
- M.Gewert, Z.Skoczylas, *Równania różniczkowe zwyczajne*, CiS, Wrocław, 2000.
- S. Banach, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, t. 1, 2, Lwów, 1929.
- P.L. Romanowski, *Szeregi Fouriera, Teoria pola, Funkcje analityczne i specjalne, Przekształcenie Laplac'a*, Warszawa, 1963.

Literatura uzupełniająca

- B.Demidowicz, *Zbiór zadań z analizy matematycznej,* t. II, III, NK, Lublin 1992-1993.
- G.Fichtenholz, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, t. III, PWN, Warszawa 1999.
- W.Krysicki, L.Włodarski, *Analiza matematyczna w zadaniach,* cz. I, II, PWN, Warszawa, 2000.
- F.Leja, *Funkcje zespolone*, PWN, Warszawa 1979.

FUNKCJE DWÓCH ZMIENNYCH: Granice funkcji. Funkcje ciągłe

Zadanie 1. Znaleźć i narysować dziedziny naturalne podanych funkcji.

(1) $u = x + \sqrt{y}$
(2) $u = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
(3) $u = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{y^2 - 1}$
(4) $u = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-1}}$
(5) $u = \sqrt{\frac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2}}$
(6) $u = \sqrt{1 - (x^2 + y)^2}$
(7) $u = \arcsin \frac{y}{x}$

Zadanie 2. Znaleźć poziomice podanych funkcji.

(1) $z = x + y$
(2) $z = x^2 + y^2$
(3) $z = \frac{y}{x}$
(4) $z = x^2 - y^2$
(5) $z = e^{\frac{2x}{x^2+y^2}}$
(6) $z = x^y, \ (x > 0)$
(7) $z = |x| + |y| - |x + y|$

Zadanie 3. Naszkicować wykresy podanych funkcji.

(1) $z = 3(x^2 + y^2)$
(2) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$
(3) $z = \sqrt{5 - x^2 - y^2}$
(4) $z = 6 - 3x - 2y$
(5) $z = x - y^2$
(6) $z = x^2 - y^2$
(7) $z = 4 - x^2 - y^2$
(8) $z = 1 - |y - 2|$
(9) $z = |x| + |y|$
(10) $z = \max(x + y, x - y)$

Zadanie 4. Uzasadnić, że podane granice nie istnieją.

(1) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{x+y}$
(2) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2xy}{x^2+y^2}$
(3) $\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^6}{y^2-1}$
(4) $\lim_{(x,y)\to(\pi,0)} \frac{\sin x}{\sin y}$
(5) $\lim_{(x,y)\to(4,-3)} \frac{xy+12}{x^2+y^2-25}$
(6) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x+y}$

Zadanie 5. Obliczyć podane granice funkji:

(1) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2+y^2}-1}{x^2+y^2}$
(2) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{x^3-y^3}{y-x}$
(3) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^2 + y^2) \cos \frac{1}{xy}$
(4) $\lim_{(x,y)\to(0,3)} \frac{\sin x^2 y}{x^2}$

Zadanie 6. W podanych przykładach w puste miejsce wpisać funkcję dwóch zmiennych tak, aby otrzymana funkcja f była ciągła na $\mathbb{R}^2$.

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{x^2+y^2} & \text{dla } |x|>1 \text{ lub } |y|>1\\ & \text{dla } |x|\le 1 \text{ oraz } |y|\le 1\end{cases}$$

$$f(x,y)=\begin{cases}\ln(x^4+y^4) & \text{dla } x^2+y^2\ge 1\\ & \text{dla } x^2+y^2<1\end{cases}$$

Zadanie 7. Pokazać, że dla funkcji

$$f(x,y)=(x+y)\sin\frac{1}{x}\sin\frac{1}{y}$$

nie istnieją granice

$$\lim_{x\to 0}(\lim_{y\to 0} f(x,y)),\qquad \lim_{y\to 0}(\lim_{x\to 0} f(x,y)),$$

ale istnieje granica

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y).$$

Zadanie 8. Pokazać, że funkcja

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^2y}{x^4+y^2}, & \text{dla} \quad x^2+y^2\ne 0\\ 0, & \text{dla} \quad x^2+y^2=0\end{cases}$$

jest w punkcie $(0,0)$ ciągła wzdłuż każdego promienia $x=t\cos\alpha$, $y=t\sin\alpha$ $(0\le t<\infty)$, ale nie jest ciągła w tym punkcie.

Warunki uzyskania zaliczenia wykładu

(1) W marcu (31.03.2017, 18.00–20.00) i maju (05.05.2017, 18.00–20.00) odbędą się dwa kolokwia. Ich wynik będzie miał istotny wpływ na ocenę z ćwiczeń (zaliczenie z ćwiczeń).
(2) Wykład kończy się egzaminem, który odbędzie się w czerwcu 2017 roku.