

Wzór Taylora.**Zadanie 1.** Napisać rozwinięcie Taylora funkcji.

- (1) $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ w punkcie $(1, -2)$;
 (2) $f(x, y) = x^3 + 2xy^3 - xy$ w punkcie $(1, 2)$;
 (3) $f(x, y) = \sin(x^2 + y^3)$ w punkcie $(0, 0)$ dla $n = 2$;
 (4) $f(x, y) = e^x \sin y$ w punkcie $(0, 0)$ dla $n = 2$.

Ekstrema funkcji.**Zadanie 2.** Wyznaczyć ekstrema funkcji.

- (1) $u = x^2 + (y - 1)^2$;
 (2) $u = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$;
 (3) $u = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$;
 (4) $u = x^2y^3(6 - x - y)$.

Zadanie 3. Znaleźć najmniejsze i największe wartości podanych funkcji na wskazanych zbiorach:

- (1) $f(x, y) = x^2 - 2y^2$, $x^2 + y^2 \leq 36$;
 (2) $f(x, y) = x^2y - 8x - 4y$, trójkąt o wierzchołkach $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(4, 0)$;
 (3) $f(x, y) = x^2y(4 - x - y)$, trójkąt ograniczony liniami $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 6$;
 (4) $f(x, y) = xy^2 + 4xy - 4x$, $-3 \leq x \leq 3$, $-3 \leq y \leq 0$.

Zastosowanie ekstremów.**Zadanie 4.**

- (1) Spośród wszystkich prostopadłościanów o objętości 1 wybrać prostopadłościan o najmniejszym polu powierzchni.
 (2) Na płaszczyźnie $x + 2y - 3z = 6$ znaleźć punkt położony najbliżej początku układu współrzędnych.
 (3) Znaleźć wymiary prostopadłościanu wpisanego w kulę o promieniu R , który ma największą objętość.

Zadanie 5.

- (1) Niech funkcja ma ekstrema w punkcie M_0 wzdłuż każdej prostej. Czy ma ona ekstrema w punkcie M_0 ?
 (2) Niech funkcja ma minimum w punkcie M_0 wzdłuż każdej prostej. Czy ma ona minimum w punkcie M_0 ? (Przykład $f(x, y) = (x - y^2)(2x - y^2)$)

Zadanie 6. Wyznaczyć ekstrema funkcje $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^2 + \dots + x_n^2$ przy warunku $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$.**Zadanie 7.** Zbadać na ekstrema funkcje

$$f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y.$$