

Równania różniczkowe rzędu pierwszego.*Równania o zmiennych rozdzielonych*

Zadanie 1. Sprawdź, czy podana funkcja jest rozwiązaniem podanego równania różniczkowego

(1) $x(t) = \operatorname{tg} t, x' = 1 + x^2;$

(2) $x(t) = \frac{\sin t}{t}, tx' + x = \cos t;$

(3) $x(t) = t^2, tx' + x = 3t^2;$

(4) $x(t) = \frac{2}{1+t^2}, x' + 2tx^2 = 0.$

Zadanie 2. Znaleźć *rozwiązania ogólne* następujących równań różniczkowych o rozdzielonych zmiennych i naszkicować ich wykresy dla różnych stałych :

(1) $y' = e^{t+y};$

(2) $y' = \frac{\sqrt{t}}{y};$

(3) $y' = \sqrt{\frac{y}{t}};$

(4) $y' = \frac{1+t}{1+y};$

(5) $y' = e^{t+y+3};$

(6) $y' = 1 + t + y + ty;$

(7) $(1 - t^2)y' = 2y.$

Zadanie 3. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe:

(1) $y' = 2, y(0) = 2;$

(2) $y' = \frac{y}{x}, y(1) = 5;$

(3) $y' = -y^2 e^x, y(0) = \frac{1}{2};$

(4) $xyy' = \ln x, y(1) = 1;$

(5) $y' = -y^2 e^x, y(0) = \frac{1}{2};$

(6) $e^y(y' + 1) = 1, y(0) = 0.$

Równania o zmiennych rozdzielonych

Zadanie 4. Rozwiąż równania jednorodne:

(1) $ty' = \sqrt{t^2 - y^2} + y;$

(2) $2y + t - ty' = 0;$

(3) $ty' = y - te^{\frac{y}{t}};$

(4) $ty' = y(\ln y - \ln t);$

(5) $ty' - y = \operatorname{tg} \frac{y}{t};$

(6) $y' = \frac{2ty}{t^2 - y^2}.$

Równania liniowe i Bernoulliego

Zadanie 5. Rozwiązać podane równania:

(1) $y' + y \cos t = 0;$

(2) $y' + y = \sin t;$

(3) $y' + 2ty = e^{-t^2};$

(4) $ty' - 2y = t^3 \cos t;$

(5) $ty' - 2y = 4t^4;$

(6) $ty' + e^t - ty' = 0;$

(7) $y' + 2ty = 2ty^2;$

(8) $3ty^2y' - 2y^3 = t^3.$

Zadanie 6. Rozwiązać podane zagadnienia początkowe:

(1) $ty' - y = y^2 \ln t, y(1) = 1;$

(2) $y' - y \cos t = y^2 \cos t, y(0) = 1;$

(3) $y' - y = 1, y(3) = 3;$

(4) $ty' + y = t + 1, y(1) = 0.$