

**Równania różniczkowe drugiego rzędu.***Równania liniowe niejednorodne.***Zadanie 1.** Sprawdzić, że podane funkcje są rozwiązaniami wskazanych równań różniczkowych. Wyznaczyć rozwiązania ogólne tych równań:

$$\begin{array}{ll}
(1) y_1(x) = e^x - 8x^2e^{3x}, & y'' - 6y' + 9y = 4e^x - 16e^{3x}; \\
(2) y_1(x) = \frac{1}{4} \cos x - \frac{1}{20} \cos 3x, & y'' + 4y = \cos^3 x; \\
(3) y_1(x) = x + 1, & y_2(x) = 1, \quad (1 + x^2)y'' + ty' - y = -1; \\
(4) y_1(x) = \frac{1+x^5}{x}, & y_2(x) = x^4, \quad x^2y'' - xy' - 3y = 5x^4.
\end{array}$$

*Metoda uzmienniania stałych.***Zadanie 2.** Rozwiązać podane równania różniczkowe:

$$\begin{array}{ll}
(1) y'' + y' - 2y = x^2; & (5) y'' + 3y' + 2y = \sin e^x, \quad y(0) = -\sin 1, \quad y'(0) = -\cos 1; \\
(2) y'' - y' = \frac{e^x}{1+e^x}; & (6) y'' - 4y' + 3y = 9x^2 + 4, \quad y(0) = 6, \quad y'(0) = 8. \\
(3) y'' + y = \operatorname{tg} x; & \\
(4) y'' - 2y' + y = e^{x \arctg x}, & y(0) = 1, \quad y'(0) = 0;
\end{array}$$

*Metoda współczynników nieoznaczonych: metoda przewidywania.***Zadanie 3.** Wyznaczyć postacie rozwiązań podanych równań różniczkowych:

$$\begin{array}{ll}
(1) y'' + y' + y = ax^2 + bx + c; & (3) y'' + y = \cos 2t; \\
(2) y'' + y' = ax^2 + bx + c; & (4) y'' + 2y' + 5y = ((x+2) \cos 2x + 3 \sin 2x) e^x.
\end{array}$$

**Zadanie 4.** Znajdź jedno szczególne rozwiązanie równań:

$$\begin{array}{ll}
(1) y'' + 3y = x^3 - 1; & (4) y'' + y' + y = 1 + x + x^2. \\
(2) y'' + 4y' + 4y = xe^{\alpha x}; & (5) y'' + 4y = x \sin 2x; \\
(3) y'' - y = x^2 e^x; & (6) y'' - 2y' + 5y = 2(\cos^2 x) e^x.
\end{array}$$

**Zadanie 5.** Metodą współczynników nieoznaczonych rozwiązać podane równania niejednorodne:

$$\begin{array}{ll}
(1) y'' + y = x^2; & (6) y'' - 2y' + y = 2 + e^x \sin x; \\
(2) 4y'' - y = x^3 - 24x; & (7) y'' + 2y' + 2y = \sin^2 x; \\
(3) y'' + 4y' + 4y = 8 \sin 2x; & (8) y'' + 2y' - 8y = 2e^{-2x} - 3e^{-x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0. \\
(4) 4y'' + 8y' = \sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0; & \\
(5) y'' + 4y' + 3y = 4xe^{-x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1; &
\end{array}$$

**Zadanie 6.** Metodą współczynników nieoznaczonych rozwiązać podane równania wyższych rzędów:

$$\begin{array}{ll}
(1) y''' - y = \sin x; & (3) y^{(5)} - y^{(4)} = 2xe^{-x} - 24; \\
(2) 4y^{(4)} + y'' = 2xe^x, & (4) 2y''' - 6y'' = 36x + 4e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = -1; \\
& 1, \quad y''(0) = 0.
\end{array}$$